

18. ročník, úloha VI. E ... chyťte foton (8 bodů; průměr 5,88; řešilo 25 studentů)

Změřte rychlost světla ve vakuu. Provést to můžete libovolným způsobem, použijte třeba i mikrovlnnou troubu.

Úlohu navrhl Pavel Brom.

Historický úvod

Historie měření rychlosti světla je poměrně obsáhlá kapitola. K realizaci klasických mechanických experimentů (Fizeauovo měření s ozubeným kolem nebo užití Foucaultova rotujícího zrcadla) si pravděpodobně neobstaráme potřebné zařízení. Kvůli technické i časové náročnosti se nebudeme zabývat zajímavými astronomickými metodami, jako např. Bradleyho měření aberačního úhlu u hvězd nebo pomocí zákrytů měsíců některých planet (viz úloha předchozí série). V našem řešení budeme měřit rychlost vhodného elektromagnetického vlnění, kterým viditelné světlo je, a přitom užijeme teoretického poznatku J. C. Maxwella, že všechno elektromagnetické záření se ve vakuu šíří stejnou rychlostí, která je prakticky rovná měřené rychlosti světla ve vzduchu.

Teorie

Mezi vlnovou délkou λ , frekvencí f a rychlostí šíření c elektromagnetického vlnění platí vztah

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

Odtud rychlost světla vypočteme, podaří-li se nám např. změřit vlnovou délku záření o známé frekvenci. Ze zkušenosti víme, že rychlost světla je veliká, proto bychom potřebovali vlnění s poměrně vysokou frekvencí, aby vlnová délka byla měřitelná dostupnými prostředky. Vyzkoušejme třeba (podle doporučení v zadání) mikrovlnnou troubu, která dle normy pracuje na frekvenci (samozřejmě v bezlicenčním frekvenčním pásmu)

$$f = 2,45 \text{ GHz}.$$

Při měření vlnové délky mikrovln využijeme skutečnosti, že vyzářené vlny interferují s vlnami odraženými od stěn a v troubě vzniká tzv. *stojaté vlnění*. Vlny se musí odrážet; jejich pohlcování ve stěnách je neúčinné a mohlo by znamenat poničení trouby. Mikrovlny samozřejmě nesmí unikat do okolí a ohrožovat kuchaře. U stojatého vlnění existují jednak *uzly* (tj. místa, kde se vektory elektrické intenzity přímé a odražené vlny nezávisle na čase vyruší), jednak *kmitny*, v nichž se intenzity sčítají konstruktivně a dosahují největší amplitudy. Právě v místě kmiten se ohřívá látka (která musí být alespoň polární, jako např. voda) předává nejvíce energie a látka se nejrychleji zahřívá. Aby se potravina lokálně nespálila v důsledku pomalého odvodu tepla, talíř se s ní pomalu otáčí. Jistý vliv na ohřev může mít také proudící vzduch. Ve vodě se teplo efektivně rozvádí prouděním (konvekce). Nepochopitelně, jako např. porcelán talíře či sklo, se ohřívají sekundárně od jídla běžným vedením tepla.

V teorii potřebujeme zmínit, že sousední kmitny jsou vzdáleny právě o polovinu vlnové délky. Vlnovou délku tedy určíme změřením vzdálenosti d přes celkem n kmiten (včetně měřených krajních) podle vztahu

$$\lambda = \frac{2d}{n-1}.$$

Měření

Když rozumíme principům funkce mikrovlnné trouby, můžeme se věnovat vlastnímu měření. Polohu kmiten zviditelníme látkou, která se snadno nataví (a pokud možno příliš rychle neodvádí teplo, což vede k rozmazání polohy). Organizátoři k tomuto účelu jednomyslně preferují čokoládu. Jednu nebo dvě tabulky čokolády nožem nařežeme na malé kousky a dostatečně hustě je rozsypeme po rovném skleněném talíři z trouby. Je jasné, že musíme potlačit otáčeni talíře, tudíž jej do trouby položíme na dva vhodné vysoké hrnky, lépe však na plastový kryt sloužící k přiklopení talířů. Pokud nemáme velké zásoby čokolády a chceme šetřit energii, musíme pokus provádět s rozvahou. Nastavíme střední výkon a spustíme mikrovlnku na 5 až 30 sekund. Poté talíř vytáhneme a špičkou nože vyzkoušíme, kde a do jaké míry se čokoláda rozežhřála. Podle množství a jakosti materiálu můžeme pokus opakovat a hledat optimální nastavení výkonu a doby ohřevu. Je vhodné dát čokoládu na talíři ztuhnout do lednice a měření opakovat.

Organizátoři vyzkoušeli měření s několika různými mikrovlnkami. Nejlepší dosažený výsledek obsahoval $n_1 = 5$ zviditelněných kmiten. Levná mikrovlnka *Karla Tůmy* za 1 500 Kč pravděpodobně má jinak navrženou dutinu, která není zcela optimální pro naše měření. Organizátoři zjistili, že pokud se kmitny v jedné přímce zviditelní (jejich počet nepřevýšil 3), potom jejich orientace závisí mimo jiné na rozmístění hrníčků a uspořádání experimentu. Odečtené vzdálenosti d_i jsou uvedeny v tabulce s vypočtenou hodnotou rychlosti.

| č. m. | n | d [cm] | λ [cm] | rel. chyba [%] | c [10^8 m/s] |
|-------|-----|----------------|----------------|----------------|-------------------|
| 1 | 5 | 24 ± 1 | $12,0 \pm 0,5$ | 4,2 | $2,94 \pm 0,13$ |
| 2 | 3 | 12 ± 1 | 12 ± 1 | 8,3 | $2,9 \pm 0,3$ |
| 3 | 3 | $12,5 \pm 1,0$ | $12,5 \pm 1,0$ | 8,0 | $3,1 \pm 0,3$ |
| 4 | 3 | 12 ± 1 | 12 ± 1 | 8,3 | $2,9 \pm 0,3$ |
| 5 | 3 | 12 ± 1 | 12 ± 1 | 8,3 | $2,9 \pm 0,3$ |

Relativní chybu měření d můžeme pokládat za rovnou relativní hodnotě výsledku c díky přímé úměře. Pokud je první platná číslice absolutní chyby jednička, je možné uvést chybu na dvě platné číslice. Připomeňme, že absolutní chyby vždy bezpečně zaokrouhlujeme nahoru a střední hodnotu zaokrouhlíme standardně ve stejném řádu. Všechny výsledky s ohledem na chyby měření spolu korespondují. V závěru můžeme uvést nejpřesnější měření, popřípadě aritmetický průměr, jenž může být vážený převrácenými hodnotami relativních chyb a vypočten z nezaokrouhlených hodnot, jakožto nejlepší odhad střední hodnoty (uveden se standardní odchylkou)

$$c = (2,95 \pm 0,09) \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Chybu výsledku vypočítáme dle kvadratického zákona sčítání možné chyby, statistické a příp. dalších chyb měření, což je důležité, abychom nepodcenili výslednou chybu měření

$$\varepsilon_c = \sqrt{0,25^2 + 0,09^2} \cdot 10^8 \text{ m/s} \doteq 0,266 \cdot 10^8 \text{ m/s} \doteq 0,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Diskuse a závěr

S využitím stojatého vlnění v mikrovlnné troubě jsme s chybou 10 % změřili rychlost světla ve vzduchu

$$c = (2,9 \pm 0,3) \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

kteřá se velmi dobře blíží tabelované hodnotě $c \doteq 3,0 \cdot 10^8$ m/s. Chybu měření navýšilo především nepřesné určení poloh kmiten. Při některých uspořádáních experimentu se kmitny nedaly nalézt, což lze vysvětlit složitými odrazy a pohlcováním mikrovln v troubě. Pokud se však kmitny v přímce zviditelnily, dávaly vždy dobrý a jednoznačný výsledek v souladu s teorií.

Poznámky k došlým řešením

Při měření jsme také vyzkoušeli nápad *Petra Bezmozka Dvořáka* využít termopapír, který jsme na doporučení *Matouše Ringela* nejdříve namočili do vody. V jednom případě jsme získali velmi pěkný obraz poloh tří kmiten v přímce dávající očekávaný výsledek. Z našich zkušeností však plyne, že odečtení vzdálenosti zde je zatíženo větší možnou chybou měření než při použití čokolády. (V takových případech prosíme o přiložení vašeho záznamu k řešení.) Samozřejmě bychom chtěli pochválit všechny, kteří své měření zdokumentovali a digitální fotografie nám zaslali. Většina řešitelů si jako detektor vzala bonbóny značky JOJO Marshmallow. Několik z vás použilo laser se zářením o známé frekvenci a pomocí interferenčních metod (difrakce na mřížce) změřilo vlnovou délku. Originální metody si vyzkoušeli *Stanislav Vosolsobě* (měření kapacity kondenzátoru, resp. permitivity a výpočet rychlosti světla ze znalosti permeability prostředí) a *Tomáš Jirotko*, který pomocí dvoukanálového osciloskopu přímo měřil časové zpoždění dvou pulsů v závislosti na nastaveném rozdílu uražených drah.

Všimněte si, že aritmetický průměr je mírně vychýlen od tabelované hodnoty, i když jí v rámci standardní odchylky odpovídá. Jeho uvedením se standardní odchylkou, která může být při větším statistickém souboru již hodně malá, bychom se mohli dopustit chyby v závěru. Proto musíme při vyhodnocení chyby započítat také možnou chybu danou hrubostí měření, jak jsme to udělali, abychom neztratili jistotu. Co říci na závěr, je jasné. Po experimentu, poctivém počítání směrodatných odchylek a vyhodnocení chyb a jako odměnu za naše celoroční snažení všichni čokoládu s chutí sníme!

Pavel Brom

paja@fykos.mff.cuni.cz